UNIVERSIDAD COMPLUTENSE MADRID

Proyecto de Innovación

Convocatoria 2019/2020

Nº de proyecto 257

# Aprendizaje basado en problemas del cálculo de Probabilidades a través del entorno Moodle del campus virtual

Responsable del proyecto:
Rosa Alonso Sanz

Facultad de Ciencias Matemáticas

Departamento de Estadística e Investigación Operativa

# Contenido

## Objetivos propuestos en la presentación del proyecto

En el actual contexto de cambio en el que nos encontramos con respecto a la enseñanza superior se hace necesaria una reflexión sobre las técnicas de aprendizaje que hasta ahora se vienen desarrollando en el área de Investigación Operativa y su ineludible adaptación al nuevo Espacio Europeo de Educación Superior (E.E.E.S.). Entre las posibilidades de innovación y mejora de la calidad docente en este nuevo marco educativo tiene un especial interés el cambio en las metodologías docentes y el empleo de las Nuevas Tecnologías. Mediante este trabajo se pretende innovar en el aprendizaje del alumno desarrollando nuevos materiales didácticos basados en la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas para la docencia de Cálculo de Probabilidades tomando como herramientas de Trabajo en Grupo las proporcionadas por una plataforma virtual.

En la presentación del proyecto se plantearon los siguientes objetivos.

**Objetivos generales:**

1. Fomentar el aprendizaje autónomo del alumno en el cálculo de probabilidades como complemento a la formación recibida en el aula.

2. Fomentar un aprendizaje significativo mediante el aprendizaje basado en problemas.

3. Fomentar un ritmo de trabajo regular basado en la realización de ejercicios

**Objetivos específicos:**

1. Promover la participación del alumno en la plataforma Moodle.
2. Promover el autoaprendizaje del alumno mediante contenidos motivadores.
3. Promover el trabajo colectivo de los alumnos mediante casos prácticos más elaborados que exijan la participación colectiva del alumnado.
4. Incrementar la motivación del alumno en las asignaturas de carácter estadístico.
5. Implementar los casos prácticos usando software estadístico R.

## Objetivos alcanzados

Durante la realización del proyecto, se han implementando casos de estudio del cálculo de probabilidades Los casos de estudio han sido implementados usando el software estadístico R, que mediante una librería determinada permite exportar un documento xml propio de Moodle para su integración en esa plataforma.

La temática abordada en los problemas implementados es Combinatoria, Regla de Laplace, Probabilidad condicionada, Teorema de la probabilidad total y Regla de Bayes. Estos problemas estarán dirigidos a alumnos de las Facultades de Informática y Farmacia principalmente, donde nuestro departamento imparte docencia. Una importante parte de los alumnos de las titulaciones en estas facultades han mostrado tener dificultades en superar materias de contenido matemático y estadístico. Es por ello, que esta base de problemas que se está desarrollando es importante ya que permitirá al alumno autoevaluarse desde su propia casa.

Un problema diseñado bajo la librería *exams* de R tiene la particularidad de que, a pesar de tratarse del mismo problema, cada alumno recibe datos diferentes. Por otro lado, una vez que el alumno termina su actividad, puede automáticamente saber en qué preguntas ha acertado o fallado. Finalmente, el alumno puede ver cómo hubiera sido la resolución correcta del problema. Todo ello favorece el aprendizaje autónomo del alumno.

La implementación de los problemas ha sido laboriosa, y a pesar de haber construido unos pocos problemas, se desea continuar con la elaboración de más casos para enriquecer la base de problemas.

## Metodología empleada en el proyecto

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), es una estrategia pedagógica orientada al aprendizaje y a la instrucción en el que los estudiantes abordan problemas reales o hipotéticos en grupos pequeños y bajo la supervisión de un tutor.

El ABP es utilizado actualmente en la educación superior por diversas áreas del conocimiento. Como técnica didáctica el ABP se sustenta en que el conocimiento del alumno se desarrolla mediante el reconocimiento y la modelización de los procesos sociales y de la evaluación de las diferentes interpretaciones individuales del mismo fenómeno. De tal forma que al enfrentar las distintas situaciones se estimula el aprendizaje. El ABP busca que el alumno comprenda y profundice adecuadamente en la respuesta a los problemas que se usan para aprender abordando aspectos desde un punto de vista crítico, lo cual motiva a un aprendizaje consciente y al trabajo de grupo de forma sistemática.

Los conocimientos son introducidos en directa relación con el problema y no de manera aislada o fragmentada. En el ABP los alumnos deben observar su avance en el desarrollo de conocimientos y habilidades, tomando conciencia de su propio desarrollo. Una de las principales características del ABP es que el alumno interioriza una actitud positiva hacia el aprendizaje, fomentando el autoaprendizaje del estudiante, el cual aprende sobre los contenidos y la propia experiencia de trabajo en la dinámica que propone la metodología. De igual forma, los alumnos pueden comprobar en la práctica aplicaciones de lo que se encuentran aprendiendo en torno al problema.

Algunas características que identifican al ABP son las siguientes:

- Es un método de trabajo activo donde los alumnos protagonizan el proceso de aprendizaje.

- El método se desarrolla mediante la solución de problemas que son propuestos para alcanzar objetivos concretos de conocimiento.

- El centro del aprendizaje deja de ser el profesor/tutor y/o los contenidos centrándose en el alumno.

- Es un método que estimula el trabajo en grupos pequeños.

- El profesor desempeña el rol de consultor/tutor del aprendizaje.

Al trabajar con el ABP la actividad gira en torno a la discusión de un problema y el aprendizaje surge de la experiencia de trabajar sobre ese problema, es un método que estimula el autoaprendizaje y permite el entrenamiento del estudiante para enfrentar situaciones reales y a identificar sus deficiencias de conocimiento.

Los casos prácticos han sido creados por el equipo del proyecto que imparte clases de estadística en distintos centros de la Universidad Complutense de Madrid.

Los temas a tratar en los que van a versar los problemas:

1. Problemas de Combinatoria.

2. Probabilidad sucesos

3. Problemas de Probabilidad Condicionada.

4. Problemas del teorema de la probabilidad Total y Teorema de Bayes.

Una vez seleccionados los problemas faltaría su integración de los casos prácticos en Moodle.

Todo ello se ha elaborado en un espacio de trabajo dentro de la plataforma Moodle titulado “PIMCD 257”, cuyo acceso es restringido a los autores del proyecto, pero previa petición, puede ser explorado por cualquier interesado/a. En el Anexo puede encontrarse un caso de estudio detallado.

## Recursos humanos

Los recursos humanos con los que ha contado el proyecto han sido los profesores integrantes del equipo formado:

- Rosa Alonso Sanz
- F. Javier Martín Campo
- M. Elena Landaburu Jiménez
- M. Carmen Pardo Llorente
- J. Tinguaro Rodríguez González
- Gregorio Tirado Domínguez
- Federico Liberatore

## Desarrollo de las actividades

Para la consecución de los objetivos descritos en la propuesta, se han planteado las siguientes actividades:

1. Reunión con el equipo del proyecto y reparto de tareas.

2. Estudio del artículo de referencia en nuestro proyecto: “*Flexible generation of e-learning exams in R: Moodle quizzes, OLAT assessments, and beyond*”, de A. Zeileis, N. Umlauf y F. Leisch en *Journal of Statistical Software* 58(1), pp.: 1-36 y creación de los primeros casos prácticos.

3. Implementación de casos prácticos relacionados con el cálculo de probabilidades.

4. Validación de los casos prácticos implementados.

En esta primera fase del proyecto el objetivo principal es la implementación de nuevos casos prácticos. En una segunda fase, se desea poner a disposición de los alumnos los casos prácticos creados. Es en esa segunda fase en la que se desea estudiar si los casos prácticos son de ayuda al aprendizaje autónomo de los alumnos y los estudios realizados se divulgarían en otros foros de ámbito docente.

## Problemas para el aprendizaje del cálculo de probabilidades por temas:

A continuación, se presentan capturas de pantalla de casos prácticos creados de todos los puntos a tratar, con el fin de ilustrar el material creado por el equipo de trabajo.

El seminario virtual de trabajo PIMCD-257

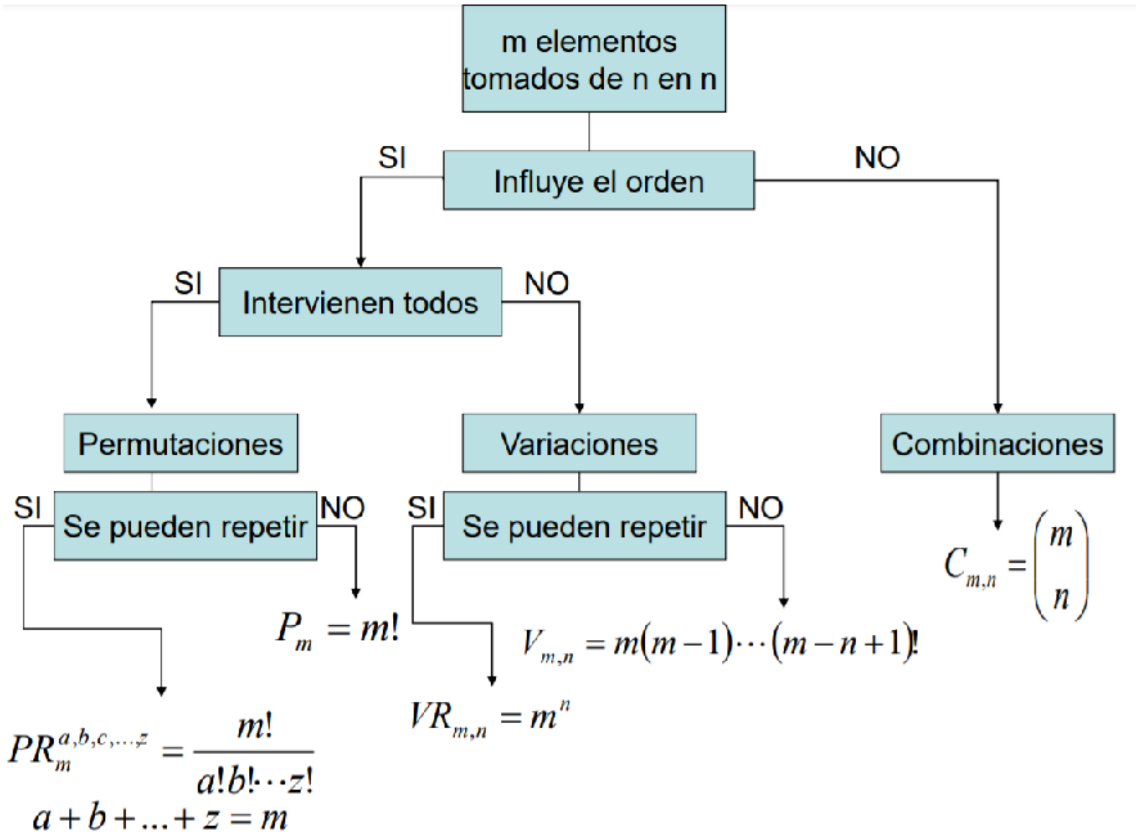
Cada cuestionario creado puede constar del número de problemas deseado, donde las diferencias están en los datos y no en la descripción del problema. De este modo, el profesor garantiza que todos los alumnos resolverán el mismo problema, pero con datos distintos. También se contempla la opción de no responder a las cuestiones plateadas.

A modo de ejemplo, se pretende ilustrar el funcionamiento de los mismos con capturas de pantalla.

- Primeramente, el alumno accede a un cuestionario y es remitido al enunciado del mismo.
- Segundo, contesta o no a las preguntas planteadas.
- Tercero, envía las respuestas y en ese momento le aparecen si sus respuestas son correctas o no y las soluciones de las mismas.

## Anexo:

### 1.Combinatoria




La idea es introducir la combinatoria a partir de una serie de problemas que se muestran a continuación.

Todos los alumnos tendrían, como hemos comentado antes, el mismo enunciado pero distintos datos.

El alumno debe introducir el resultado obtenido al hacer los cálculos.

Una vez que el alumno termina el cuestionario, pulsando en el botón “siguiente” y aceptando el envío del cuestionario, el alumno puede comprobar la puntuación obtenida, sus respuestas y si éstas eran correctas o no.

Mostraremos ejemplos con preguntas contestadas correctamente e incorrectamente y sin contestar.

## Variaciones con repetición

**Pregunta 1**
Sin responder aún
Puntúa como 1,00

Se decide en una comunidad de vecinos, contando con 20 vecinos, que se van a conceder 3 premios: uno al más balcón destacado, otro al mejor jardinero y otro al mejor deportista. ¿De cuántas formas distintas podemos hacerlo? :

**Pregunta 1**
Incorrecta
Puntúa como 1,00

Se decide en una comunidad de vecinos, contando con 20 vecinos, que se van a conceder 3 premios: uno al más balcón destacado, otro al mejor jardinero y otro al mejor deportista. ¿De cuántas formas distintas podemos hacerlo? : 25 ✗

**SOLUTION**

Podemos hacerlo con $VR_{20}^{3} = 8000$

## Permutaciones

**Pregunta 1**
Sin responder aún
Puntúa como 1,00

¿ De cu ántas formas pueden colocarse 3 niños y 1 niñas en una fila de tal forma que las nînas ocupen los lugares pares?:

**Pregunta 1**
Correcta
Puntúa como 1,00

¿ De cu ántas formas pueden colocarse 3 niños y 1 niñas en una fila de tal forma que las nînas ocupen los lugares pares?: 6 ✓

**SOLUTION**

En una fila de 3 + 1 , hay 1 posiciones pares y 3 impares para los niños. Por lo tanto, se pueden colocar de $P_X P_Y = X!Y! = 6$ formas.

**Pregunta 1**
Sin responder aún
Puntúa como 2,00

Una familia, formada por los padres y tres hijos, van al cine. Se sientan en cinco butacas consecutivas. a. ¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse? : b. ¿Y si los padres se sientan en los extremos? :

**Pregunta 1**
Parcialmente correcta
Puntúa como 2,00

Una familia, formada por los padres y tres hijos, van al cine. Se sientan en cinco butacas consecutivas. a. ¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse? : 120 b. ¿Y si los padres se sientan en los extremos? : 10

**SOLUTION**

a. $P_5 = 120$

b. $2 \cdot P_3 = 12$

## Permutaciones con repetición

**Pregunta 1**
Sin responder aún
Puntúa como 1,00

En una urna hay tres bolas rojas, tres verdes, cuatro negras y dos azules.

¿De cuántas maneras distintas pueden sacarse, bola a bola, de la urna? :

**Pregunta 1**
Correcta
Puntúa como 1,00

En una urna hay tres bolas rojas, tres verdes, cuatro negras y dos azules.

¿De cuántas maneras distintas pueden sacarse, bola a bola, de la urna? : 277200

**SOLUTION**

$PR_{12}^{3,3,4,2} = \frac{12!}{3!3!4!2!} = 277200$

## Combinaciones

**Pregunta 1**
Sin responder aún
Puntúa como 1,00

De los 30 temas de un examen, un estudiante conoce 18 de ellos. Se eligen 3 temas al azar y el estudiante debe contestar 2.

¿ de cuántas maneras puede aprobar el examen? :

**Pregunta 1**

Sin contestar

Puntúa como 1,00

De los 30 temas de un examen, un estudiante conoce 18 de ellos. Se eligen 3 temas al azar y el estudiante debe contestar 2.

¿ de cuántas maneras puede aprobar el examen? :

**SOLUTION**

The solution is :

$$C_{18,3} + C_{18,2} \cdot C_{30-18,3-2} = \binom{18}{3} + \binom{18}{2} \cdot \binom{30-18}{3-2} = \frac{18!}{18-3! \cdot 3!} + \frac{18!}{18-2! \cdot 2!} \cdot \frac{(30-18)!}{(3-2)! \cdot (30-18-3+2)!}$$

**Pregunta 1**

Sin responder aún

Puntúa como 1,00

A un congreso asisten 60 personas de las cuales 40 sólo hablan inglés y 20 sólo alemán.

¿Cuántos diálogos pueden establecerse sin intérprete? :

**Pregunta 1**

Correcta

Puntúa como 1,00

A un congreso asisten 60 personas de las cuales 40 sólo hablan inglés y 20 sólo alemán.

¿Cuántos diálogos pueden establecerse sin intérprete? : 970

**SOLUTION**

$$C_{40}^{2} + C_{20}^{2} = \frac{40!}{38! \cdot 2!} + \frac{20!}{18! \cdot 2!} = 970$$

La idea es introducir los conceptos teóricos que se muestran a continuación a partir de una serie de problemas que aumentan en dificultad y que se muestran a continuación.

## 2.Problemas de sucesos.

Consideremos un experimento aleatorio con espacio muestral $\Omega$. Se define probabilidad de A como la incertidumbre de que aparezca un suceso $A \subset \Omega$ o, lo que es lo mismo, un suceso $A \in \mathscr{P}(\Omega)$. Es decir, se trata de la aplicación

$$P : \Omega \to R$$
$$A \to P(A)$$

Esta aplicación permite asociar a cada suceso A un número real P(A), siendo P(A) la incertidumbre con que ocurrirá el suceso A en el experimento aleatorio. Verifica los axiomas siguientes:

Axioma 1: $\forall A \subset \Omega$, $P(A) \geq 0$
Axioma 2: $P(\Omega)=1$

Axioma 3: $\forall A,B \subset \Omega / A \cap B = \emptyset$, $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$

Axioma 3 generalizado $A_1,\ldots,A_n \subset \Omega / A_i \cap A_j = \emptyset$, $P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$

**Consecuencias de los axiomas de la probabilidad:**

1. $P(\emptyset)=\emptyset$.

2. $P(A)= 1 - P(A)$.

3. Si $A,B \subset \Omega$, $A \subset B$ (A implica B) $\Rightarrow P(A) \leq P(B)$.

A implica B (notado $A \subset B$) cuando $\forall \omega \in A$, $\omega \in B$

4. $P(A) \leq 1$, $\forall A \subset \Omega$.

Propiedad 1 (P1)

Sea un experimento aleatorio cualquiera con espacio muestral $\Omega$ y dos sucesos cualesquiera de este experimento A, $B \subset \Omega$. Entonces

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).}$$

## Propiedad 2 (P2)

Sea un experimento aleatorio cualquiera con espacio muestral $\Omega$. Sean tres sucesos cualesquiera de este experimento A, B, $C\subset\Omega$; entonces

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(A\cap C)-P(B\cap C)+P(A\cap B\cap C)$$

## Propiedad 3 (P3)

Sea un experimento aleatorio cualquiera con espacio muestral $\Omega$. Sean n sucesos cualesquiera de este experimento $A_1,A_2,\ldots,A_n\subset\Omega$; entonces

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right)=P_1-P_2+P_3-P_4+\ldots+(-1)^{n-1}P_n$$

$$donde \qquad P_1=\sum^{n} P(A_i)$$

## Propiedad 4 (P4)

Sea un experimento aleatorio cualquiera con espacio muestral $\Omega$. Sean dos sucesos cualesquiera de este experimento A, $B\subset\Omega$; entonces

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

## Propiedad 5 (P5)

Sea un experimento aleatorio cualquiera con espacio muestral $\Omega$. Sean dos sucesos cualesquiera de este experimento A, $B\subset\Omega$; entonces

$$P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2.\ P(A \cap B)$$

**Pregunta 1**
Sin responder aún
Puntúa como 1,00

Given the probability P(A)= $0.5$ , P(B)= $0.6$ and P(AB)= $0.3$.

The posibility P(AB) is :

**Pregunta 1**
Correcta
Puntúa como 1,00

Given the probability P(A)= $0.5$ , P(B)= $0.6$ and P(AB)= $0.3$.

The posibility P(AB) is : 0,8

**SOLUTION**

The result of probability P(AB) is $0.8$

**Pregunta 1**
Sin responder aún
Puntúa como 5,00

Se está llevando a cabo un estudio sobre la posible presencia de tres genes X, Y y Z en una especie de serpientes africana. Se sabe que estos genes no están relacionados y que la probabilidad de que esta especie de serpientes tenga el gen X es $0.2$, de que tenga el Y es $0.3$ y de que tenga el Z es $0.1$ . Si se escoge una serpiente de esta especie al azar, calcular la probabilidad de que:

a) Tenga al menos uno de los genes mencionados :

b) No tenga ninguno de los tres genes mencionados :

c) Tenga el gen X y el Z pero no el Y :

d) Tenga el gen Y pero no el X ni el Z :

e) Tenga uno y sólo uno de los genes mencionados :

**Pregunta 1**
Parcialmente correcta
Puntúa como 5,00

Se está llevando a cabo un estudio sobre la posible presencia de tres genes X, Y y Z en una especie de serpientes africana. Se sabe que estos genes no están relacionados y que la probabilidad de que esta especie de serpientes tenga el gen X es $0.2$, de que tenga el Y es $0.3$ y de que tenga el Z es $0.1$ . Si se escoge una serpiente de esta especie al azar, calcular la probabilidad de que:

a) Tenga al menos uno de los genes mencionados : 0,496

b) No tenga ninguno de los tres genes mencionados : 0,54

c) Tenga el gen X y el Z pero no el Y :

d) Tenga el gen Y pero no el X ni el Z : 0,216

e) Tenga uno y sólo uno de los genes mencionados : 0,398

**SOLUTION**

a)$1-(1-P(X))\cdot(1-P(Y))\cdot(1-P(Z))=0.496$

b)$(1-P(X))\cdot(1-P(Y))\cdot(1-P(Z))=0.504$

c) $P(X)\cdot(1-P(Y))\cdot P(Z)=0.014$

d) $(1-P(X))\cdot P(Y)\cdot(1-P(Z))=0.216$

e)
$P(X)\cdot(1-P(Y))\cdot(1-P(Z))+(1-P(X))\cdot P(Y)\cdot(1-P(Z))+(1-P(X))\cdot(1-P(Y))\cdot P(Z)=0.398$

**Pregunta 1**

Sin responder aún

Puntúa como 5,00

Considérense 3 sucesos A, B y C, sabiendo que P(A)=$0.1$, P(B)=$0.1$, P(C)=$0.1$ y que son sucesos incompatibles. Calcula

a) Probabilidad de que ocurra sólo C :

b) Probabilidad de que no ocurra A menos que ocurra B :

c) Probabilidad de que ocurra B menos que ocurra A :

d) Probabilidad de que no ocurra ninguno de los tres sucesos :

e) La probabilidad de que ocurra uno y sólo uno de los sucesos A, B, C :

**Pregunta 1**

Correcta

Puntúa como 5,00

Considérense 3 sucesos A, B y C, sabiendo que P(A)=$0.1$, P(B)=$0.1$, P(C)=$0.1$ y que son sucesos incompatibles. Calcula

a) Probabilidad de que ocurra sólo C : 0,1 ✓

b) Probabilidad de que no ocurra A menos que ocurra B : 0,8 ✓

c) Probabilidad de que ocurra B menos que ocurra A : 0,1 ✓

d) Probabilidad de que no ocurra ninguno de los tres sucesos : 0,7 ✓

e) La probabilidad de que ocurra uno y sólo uno de los sucesos A, B, C : 0,3 ✓

**SOLUTION**

a) La Probabilidad de que ocurra sólo C es $P(C) = 0.1$

b) La Probabilidad de que no ocurra A menos que ocurra B es $P(C) + P(R) = 0.8$

c) La Probabilidad de que ocurra B menos que ocurra A es $P(B) = 0.1$

d) La Probabilidad de que no ocurra ninguno de los tres sucesos es $P(R) = 0.7$

e)La probabilidad de que ocurra uno y sólo uno de los sucesos A, B, C es
$P(A) + P(B) + P(C) = 0.3$

**Pregunta 1**

Sin responder aún

Puntúa como 3,00

Calcular la probabilidad que tendría Laura de ganar el Gordo de la lotería de Navidad si comprase en la famosa administración de lotería de Doña Manolita de Madrid:

Nota: En el sorteo de la lotería de Navidad se venden los números comprendidos entre el 00000 y el 99999 y sólo uno de ellos es agraciado con el Gordo

a)Todos los números múltiplos de n=3 :

b) Todos los números múltiplos simultáneamente de m=4 y de t=5 :

c) Todos los números múltiplos de m=4 o de t=5 pero no de ambos :

**Pregunta 1**

Parcialmente correcta

Puntúa como 3,00

Calcular la probabilidad que tendría Laura de ganar el Gordo de la lotería de Navidad si comprase en la famosa administración de lotería de Doña Manolita de Madrid:

Nota: En el sorteo de la lotería de Navidad se venden los números comprendidos entre el 00000 y el 99999 y sólo uno de ellos es agraciado con el Gordo

a)Todos los números múltiplos de n=3 : 0,33333333333333 ✓

b) Todos los números múltiplos simultáneamente de m=4 y de t=5 : 0,35 ✗

c) Todos los números múltiplos de m=4 o de t=5 pero no de ambos : 0,35 ✓

**SOLUTION**

a) $\frac{\frac{N}{n}}{N} = 0.3333333333333333$

b) $\frac{\frac{N}{m \cdot t}}{N} = 0.05$

c) $\frac{\frac{N}{m}+\frac{N}{t}-2\cdot\frac{N}{m \cdot t}}{N} = 0.35$

## 3.Probabilidad Condicionada

Sea un espacio muestral Ω, y un suceso B⊂Ω con P(B)>0. Entonces ∀A⊂Ω se define la ***probabilidad condicionada*** de A por B, notándose por P(A/B), al número real

$$\boxed{P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \quad con\, P(B)>0}$$

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = \prod_{i=1}^{n} P(A_i)$$ si y sólo si $A_1, \dots, A_n$ son sucesos mutuamente independientes.

**Pregunta 1**

Sin responder aún

Puntúa como 1,00

Given the probability $P(B) = 0.2$ and $P(A \cap B) = 0.1$.

Find the probability $P(A|B)$ :

**Pregunta 1**

Correcta

Puntúa como 1,00

Given the probability $P(B) = 0.2$ and $P(A \cap B) = 0.1$.

Find the probability $P(A|B)$ : 0,5

**SOLUTION**

The result of probability is : $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B) = 0.5$

**Pregunta 1**

Sin responder aún

Puntúa como 1,00

In a classroom the children write a test. The probability that the test is difficult is $P(A1) = 0.1$, the probability that it is moderate is $P(A2) = 0.3$ and that it is easy is $P(A3) = 0.6$

Also the possibility is given is ,the student to have succeeded in the test while it was difficult $P(S/A1) = 0.6$, to have succeeded while it was mediocre $P(S/A2) = 0.4$, to have succeeded while it was easy $P(S/A3) = 0.7$

What is the probability that the student will succeed in the test? :

**Pregunta 1**

Sin contestar

Puntúa como 1,00

In a classroom the children write a test. The probability that the test is difficult is $P(A1) = 0.1$, the probability that it is moderate is $P(A2) = 0.3$ and that it is easy is $P(A3) = 0.6$

Also the possibility is given is ,the student to have succeeded in the test while it was difficult $P(S/A1) = 0.6$, to have succeeded while it was mediocre $P(S/A2) = 0.4$, to have succeeded while it was easy $P(S/A3) = 0.7$

What is the probability that the student will succeed in the test? :

**SOLUTION**

The result of probability the student to succed on test is :

$P(S) = P(S/A1) \cdot P(A1) + P(S/A2) \cdot P(A2) + P(S/A3) \cdot P(A3) = 0.6$

**Pregunta 1**

Sin responder aún

Puntúa como 2,00

1. In one industry the M1 engine produces $0.3$ of the spare parts and the M2 engine $0.7$ . The possibility of the spare part being defective is $0.3$ and $0.6$ for M1 and M2 engines respectively.

a) What is the probability that a spare part is defective? :

b) If the spare part is defective what is the probability that it will be produced from the M1 engine? :

**Pregunta 1**

Correcta

Puntúa como 2,00

1. In one industry the M1 engine produces $0.3$ of the spare parts and the M2 engine $0.7$ . The possibility of the spare part being defective is $0.3$ and $0.6$ for M1 and M2 engines respectively.

a) What is the probability that a spare part is defective? : 0,51

b) If the spare part is defective what is the probability that it will be produced from the M1 engine? : 0,17647058823529

**SOLUTION**

a) The probability of a spare part being defective is:

$P(E) = P(E/M1) \cdot P(M1) + P(E/M2) \cdot P(M2) = 0.51$

b)The probability of being generated by the M1 engine is :

$P(M1/E) = P(M1 \cap E)/P(E) = P(M1) \cdot P(E/M1)/P(E) = 0.176470588235294$

# 4.Problemas sobre el teorema de Bayes y de la probabilidad total.

## Teorema de la probabilidad total

Consideremos un conjunto de sucesos $\{A_i\}_{i=1,\dots,n}$ de $\Omega$ tales que cumplen las dos condiciones siguientes:

a) $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$

b) $A_i \cap A_j = \Phi, \quad i \neq j, \quad i,j = 1,\dots,n$

Sea ahora un suceso cualquiera $B \in \Omega$ y un sistema completo de sucesos $\{A_i\}_{i=1,\dots,n}$ tales que $P(A_i)>0$ para todo valor de i, el ***Teorema de la probabilidad total*** establece que:

$$\boxed{P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B/A_i)}$$

## Teorema de Bayes

Bajo las mismas condiciones del teorema anterior, consideramos que estamos interesados en conocer la probabilidad de que ocurrido el suceso B la causa que lo haya producido sea la $A_j$. Expresado analíticamente, queremos calcular $P(A_j/B)$.

***El Teorema de Bayes*** establece que:

$$\boxed{P(A_j / B) = \frac{P(A_j)P(B / A_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B / A_i)}}$$

**Pregunta 1**

Sin responder aún

Puntúa como 4,00

Entre las personas que usan un pequeño aeropuerto, el $60\%$ viaja en vuelos regulares, $26\%$ en jets privados y el $14\%$ restante en aviones comerciales que no pertenecen a ninguna línea aérea. Entre las personas que viajan en vuelos regulares, $45\%$ lo hace por motivos de trabajo, mientras que esta proporción se incrementa al $75\%$ para los que viajan en jets privados y al $95\%$ para los que viajan en vuelos comerciales. Si se selecciona una persona al azar en el aeropuerto, hallar las siguientes probabilidades:

a) La persona viaja por trabajo. :

b) La persona viaja en un avión comercial si se sabe que viaja por trabajo. :

c) La persona viaja en un jet privado dado que viaja por trabajo. :

d) La persona viaja en un vuelo regular si se sabe que no viaja por trabajo :

**Pregunta 1**

Correcta

Puntúa como 4,00

Entre las personas que usan un pequeño aeropuerto, el $60\%$ viaja en vuelos regulares, $26\%$ en jets privados y el $14\%$ restante en aviones comerciales que no pertenecen a ninguna línea aérea. Entre las personas que viajan en vuelos regulares, $45\%$ lo hace por motivos de trabajo, mientras que esta proporción se incrementa al $75\%$ para los que viajan en jets privados y al $95\%$ para los que viajan en vuelos comerciales. Si se selecciona una persona al azar en el aeropuerto, hallar las siguientes probabilidades:

a) La persona viaja por trabajo. : 0,598 ✓

b) La persona viaja en un avión comercial si se sabe que viaja por trabajo. :
0,22240802675585 ✓

c) La persona viaja en un jet privado dado que viaja por trabajo. :
0,32608695652174 ✓

d) La persona viaja en un vuelo regular si se sabe que no viaja por trabajo :
0,82089552238806 ✓

**SOLUTION**

Definamos los eventos

T: viajar por trabajo

R: viajar en línea regular

J: viajar en jet privado

C: viajar en avión comercial

Entonces, tenemos que
$P(R) = 60/100$ , $P(J) = 26/100$ , $P(C) = 14/100, P(T|R) = 45/100, P(T|J) = 75/100$ y $P(T|C) = 95/100$

a)Se pide P(T). Usamos el teorema de la probabilidad total :
$P(T) = P(R) \cdot P(T/R) + P(J) \cdot P(T/J) + P(C) \cdot P(T/C) = 0.598$

b)Se pide P(C|T). Por el teorema de Bayes ,
$P(C|T) = \frac{P(C) \cdot P(T|C)}{P(T)} = 0.222408026755853$

c) $P(J|T) = \frac{P(J) \cdot P(T|J)}{P(T)} = 0.326086956521739$

d) Se pide $P(R|T^c)$ , y aplicando el teorema de Bayes ha de ser
$P(R/T^c) = \frac{P(R) \cdot P(T^c|R)}{P(T^c)}$

Como $P(T|R) = 0.45$ entonces se puede obtener
$P(T^c|R) = 1 - P(T|R) = 0.55$

Ademas , como conocemos $P(T) = 0.598$ se obtiene tambien
$P(T^c) = 1 - P(T) = 0.402$

Por tanto , $P(R|T^c) = 0.82089552238806$

**Pregunta 1**

Sin responder aún

Puntúa como 2,00

Un test es capaz de detectar la presencia de un virus en una muestra de sangre con una efectividad del 90% cuando efectivamente está presente el virus. Cuando este no está presente, el test detecta su ausencia con probabilidad 0.8. Sabiendo que la probabilidad de que una muestra de sangre contenga el virus es de 0.2, obtener la probabilidad los siguientes eventos:

a) El virus está presente cuando el test produce un resultado positivo.: ______ b) El virus está presente cuando el test produce un resultado negativo. : ______

**Pregunta 1**

Sin contestar

Puntúa como 2,00

Un test es capaz de detectar la presencia de un virus en una muestra de sangre con una efectividad del 90% cuando efectivamente está presente el virus. Cuando este no está presente, el test detecta su ausencia con probabilidad 0.8. Sabiendo que la probabilidad de que una muestra de sangre contenga el virus es de 0.2, obtener la probabilidad los siguientes eventos:

a) El virus está presente cuando el test produce un resultado positivo.: ______ ✗ b) El virus está presente cuando el test produce un resultado negativo. : ______ ✗

**SOLUTION**

Normalmente, cualquier test que se realiza para detectar la presencia o la ausencia de un determinado fenómeno (por ejemplo, doping en la sangre de un atleta, una enfermedad en un paciente, un defecto en un producto, un virus en un archivo informático, etc.) tiene una probabilidad positiva de proporcionar resultados erróneos, esto es, arrojar un resultado positivo (p.ej. que un atleta ha tomado una sustancia prohibida) cuando debería ser negativo o, recíprocamente, arrojar un resultado negativo (p.ej. un archivo no contiene virus) cuando debiera ser positivo. En este sentido, los resultados de un test de esta naturaleza pueden clasificarse en cuatro casos, en función de la presencia o ausencia reales del fenómeno bajo prueba:

| Realidad | Positivo | Negativo |
|---|---|---|
| Positivo | Verdadero Positivo | Falso Negativo |
| Negativo | Falso Positivo | Verdadero Negativo |

En este ejercicio, el test en consideración intenta detectar la presencia o ausencia de un virus en una muestra de sangre. Consideremos entonces los siguientes eventos en relación a una muestra de sangre seleccionada aleatoriamente:

A: Hay virus en la muestra

B: El resultado del test es positivo

Obviamente, el complementario de estos eventos viene dado por
$A^c$ : No hay virus en la muestra
$B^c$ : El resultado del test es negativo

Nótese entonces que la siguiente información está disponible:

$P(B|A) = 0.91 \; y \; P(B^c|A^c) = 0.81$, por lo que
$P(B^c|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0.91 = 0.09 \; y \; P(B|A^c) = 1 - P(B^c|A^c) = 1 - 0.81 = 0.19$.
También sabemos que $P(A) = 0.03$, así que
$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - 0.03 = 0.97$.

a)Necesitamos obtener la probabilidad de que haya virus en la muestra de sangre una vez que sabemos que el test ha generado un resultado positivo, esto es, hemos de hallar P(A|B). Para esto, hemos de emplear el teorema de Bayes. En su formulación más simple, este teorema afirma que dados dos eventos A y B, podemos invertir las probabilidades condicionadas de estos eventos mediante la relación

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$$

Conocemos

$P(A)\ y\ P(B|A), pero no P(B). Sin embargo, conocemos P(B|A)\ y\ P(B|A^c)$

$,\ y como A\ y\ A^c cumplen que i) A \cup A^c = \Omega\ , ii) A \cap A^c = \emptyset\ y\ iii) P(A), P(A^c) > 0$

es posible reunir la información que tenemos sobre B para obtener su probabilidad mediante el teorema de la probabilidad total

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(A^c) \cdot P(B|A^c) = 0.2116$$

Entonces, aplicando el teorema de Bayes,

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = 0.129017013232514$$

b)Ahora tenemos que hallar $P(A|B^c) = 0.00342465753424657$. Como antes, hemos de aplicar el teorema de Bayes, que en este caso toma la forma

$$P(A|B^c) = \frac{P(A) \cdot P(B^c|A)}{P(B^c)} = 0.00342465753424657$$

ya que $P(B^c) = 1 - P(B) = 0.7884$

**Pregunta 1**

Sin responder aún

Puntúa como 4,00

Una compañía dispone de tres fábricas en las que produce una misma componente electrónica. Del total de producción de esta componente realizado por la compañía, el $33\%$ se realiza en la primera fábrica, y el $47\%$ en la segunda. Además, se sabe que la probabilidad de que una componente producida en la primera fábrica sea defectuosa es $0.06$, en la segunda fábrica $0.001$ y en la tercera fábrica $0.001$. Obtener la probabilidad de que una componente seleccionada al azar en alguna de las tres fábricas sea defectuosa. Hallar la probabilidad de que una componente defectuosa provenga de cada una de las tres fábricas.

Obtener la probabilidad de que una componente seleccionada al azar en alguna de las tres fábricas sea defectuosa. : [ ]

Hallar la probabilidad de que una componente defectuosa provenga de cada una de las tres fábricas. : [ ] , [ ] ,
[ ]

**Pregunta 1**

Respuesta guardada

Puntúa como 4,00

Una compañía dispone de tres fábricas en las que produce una misma componente electrónica. Del total de producción de esta componente realizado por la compañía, el $33\%$ se realiza en la primera fábrica, y el $47\%$ en la segunda. Además, se sabe que la probabilidad de que una componente producida en la primera fábrica sea defectuosa es $0.06$, en la segunda fábrica $0.001$ y en la tercera fábrica $0.001$. Obtener la probabilidad de que una componente seleccionada al azar en alguna de las tres fábricas sea defectuosa. Hallar la probabilidad de que una componente defectuosa provenga de cada una de las tres fábricas.

Obtener la probabilidad de que una componente seleccionada al azar en alguna de las tres fábricas sea defectuosa. : 0,02047

Hallar la probabilidad de que una componente defectuosa provenga de cada una de las tres fábricas. : 0,96726917440156 , 0,022960429897411 ,
0,0097703957010259

**SOLUTION**

Se consideran los eventos siguientes

$F_1$ : componente producida en la fábrica 1.

$F_2$ : componente producida en la fábrica 2.

$F_3$ : componente producida en la fábrica 3.

D: componente defectuosa.

Usando el teorema de la probabilidad total es entonces directo obtener

$P(D) = \sum_{i=1}^{3} P(F_i) \cdot P(D/F_i) = P(F_1) \cdot P(D|F_1) + P(F_2) \cdot P(D|F_2) + P(F_3) \cdot P(D|F_3) = 0.02047$

Para obtener las probabilidades $P(F_i|D)$ se ha de aplicar el teorema de Bayes, siguiendo la expresión

$P(F_i/D) = \frac{P(F_i) \cdot P(D/F_i)}{P(D)}, i = 1, 2, 3$

De este modo, se obtiene

$P(F_1/D) = 0.967269174401563$

$P(F_2/D) = 0.0229604298974108$

$P(F_3/D) = 0.00977039570102589$

**Pregunta 1**

Sin responder aún

Puntúa como 4,00

Un experimento orientado a observar si se produce un fenómeno F de interés se realiza repetidamente bajo tres diferentes condiciones experimentales, que se denotan por $C_1 = 19$, $C_2 = 41$ y $C_3 = 40$. Además, se sabe que la probabilidad de que ocurra F es $0.74$ cuando el experimento se realiza bajo la condición $C_1$, $0.75$ bajo $C_2$ y $0.94$ bajo $C_3$.

Hallar la probabilidad de que ocurra F en una realización cualquiera del experimento. :

Obtener también la probabilidad de que, si en el experimento ha ocurrido F, este haya sido realizado bajo la condición $C_2$ . :

a.

b.

**Pregunta 1**

Correcta

Puntúa como 4,00

Un experimento orientado a observar si se produce un fenómeno F de interés se realiza repetidamente bajo tres diferentes condiciones experimentales, que se denotan por $C_1 = 19$, $C_2 = 41$ y $C_3 = 40$. Además, se sabe que la probabilidad de que ocurra F es $0.74$ cuando el experimento se realiza bajo la condición $C_1$, $0.75$ bajo $C_2$ y $0.94$ bajo $C_3$.

Hallar la probabilidad de que ocurra F en una realización cualquiera del experimento. :

0,8241 ✓

Obtener también la probabilidad de que, si en el experimento ha ocurrido F, este haya sido realizado bajo la condición $C_2$ . : 0,17061036282005 ✓

a. 0,37313432835821 ✓

b. 0,45625530882174 ✓

**SOLUTION**

Se consideran los eventos siguientes:

F: en el experimento tiene lugar el fenómeno F.

$C_1$ : el experimento se realiza bajo la condición experimental $C_1$ .

$C_2$ : el experimento se realiza bajo la condición experimental $C_2$ .

$C_3$ : el experimento se realiza bajo la condición experimental $C_3$ .

Usando el teorema de la probabilidad total es entonces directo obtener

$$P(F) = \sum_{i=1,2,3} P(C_i) \cdot P(F/C_i) = P(C_1) \cdot P(F|C_1) + P(C_2) \cdot P(F|C_2) + P(C_3) \cdot P(F|C_3) = 0.8241$$

Para obtener las probabilidades $P(C_i/F)$ se ha de aplicar el teorema de Bayes, siguiendo la expresión

$$P(C_i/F) = \frac{P(C_i) \cdot P(F/C_i)}{P(F)}, i = 1, 2, 3$$

De este modo, se obtiene

$$P(C_1/F) = \frac{P(C_1) \cdot P(F/C_1)}{P(F)} = 0.170610362820046$$

$$P(C_2/F) = \frac{P(C_2) \cdot P(F/C_2)}{P(F)} = 0.373134328358209$$

$$P(C_3/F) = \frac{P(C_3) \cdot P(F/C_3)}{P(F)} = 0.456255308821745$$